

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 23.01.2010
Cls. a IX-a

PROBLEMA I.

Fie $a, b, c \in (0, \infty)$ și $a + b + c = 2010$.

Să se arate că $\sqrt{ab+ac} + \sqrt{ab+bc} + \sqrt{ac+bc} \leq 3015$.

PROBLEMA II.

Arătați că orice număr natural $n \geq 2$ poate fi scris sub forma $n = 2k_1 + 3k_2$, unde $k_1, k_2 \in \mathbb{N}$.

PROBLEMA III.

În triunghiul ABC considerăm punctele $M \in (AB)$, $N \in (AC)$ astfel încât $\frac{AM}{MB} = \frac{1}{5}$ și $\frac{AN}{NC} = \frac{3}{4}$, fie $P \in (MN)$ astfel încât $\frac{MP}{PN} = \frac{2}{7}$.

Dacă $AP \cap BC = \{Q\}$, să se determine valoarea raportului în $\frac{BQ}{QC}$.

PROBLEMA IV.

Pe laturile AB și AC ale triunghiului ABC se consideră punctele D și respectiv E , astfel încât $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EC} = \vec{0}$. Fie T intersecția dreptelor DC și BE .

Să se determine $\alpha \in \mathbf{R}$ cu proprietatea că $\overrightarrow{TB} + \overrightarrow{TC} = \alpha \overrightarrow{TA}$.

Gazeta Matematică, Dan Nedeianu

www.mategl.com

Timp de lucru: 3 ore

Fiecare subiect este punctat cu 7 puncte